

***Modelagem de qualidade da água –
Prática de aplicação do modelo Streeter Phelps***

Prof.^a Andrea de Oliveira Cardoso

Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO): quantidade de oxigênio dissolvido na água necessária para a oxidação bioquímica das substâncias orgânicas durante um certo período de tempo.

- A bactéria se alimenta de matéria orgânica (substâncias contendo carbono e hidrogênio). A digestão completa dessa matéria orgânica se faz através de uma reação bioquímica que necessita de um elemento fundamental : **OXIGÊNIO**
- O aumento de matéria orgânica, leva à multiplicação de bactérias e ao aumento da demanda por oxigênio, afetando a disponibilidade de oxigênio para a sustentação de vida aeróbia (morte dos peixes).
- **DBO** fornece informação sobre a fração dos compostos biodegradáveis presentes no efluente.

Utilizada para avaliar o potencial poluidor de efluentes domésticos e industriais em termos do consumo de oxigênio.

Modelo de Streeter-Phelps

- Streeter-Phelps (1925): desenvolvido para a modelagem do rio Ohio- EUA;
- Modelo simples, muito usado para simular oxigênio dissolvido (**OD**) em rios;
- Brasil: amplamente aceito devido à simplicidade conceitual e menor necessidade de parâmetros e dados de entrada.

Aplicado para condições: lançamento pontual único; lançamentos múltiplos (esgotos ou tributários); contribuição por drenagem direta ou por poluição difusa.

Modelo de Streeter Phelps

- Sistema unidimensional sem dispersão
- Regime permanente
- Área da seção constante
- Condições aeróbias
- DBO é a única fonte de consumo de O_2
- A atmosfera é a única fonte de aeração
- Fonte pontual e constante

Modelagem OD (oxigênio dissolvido)

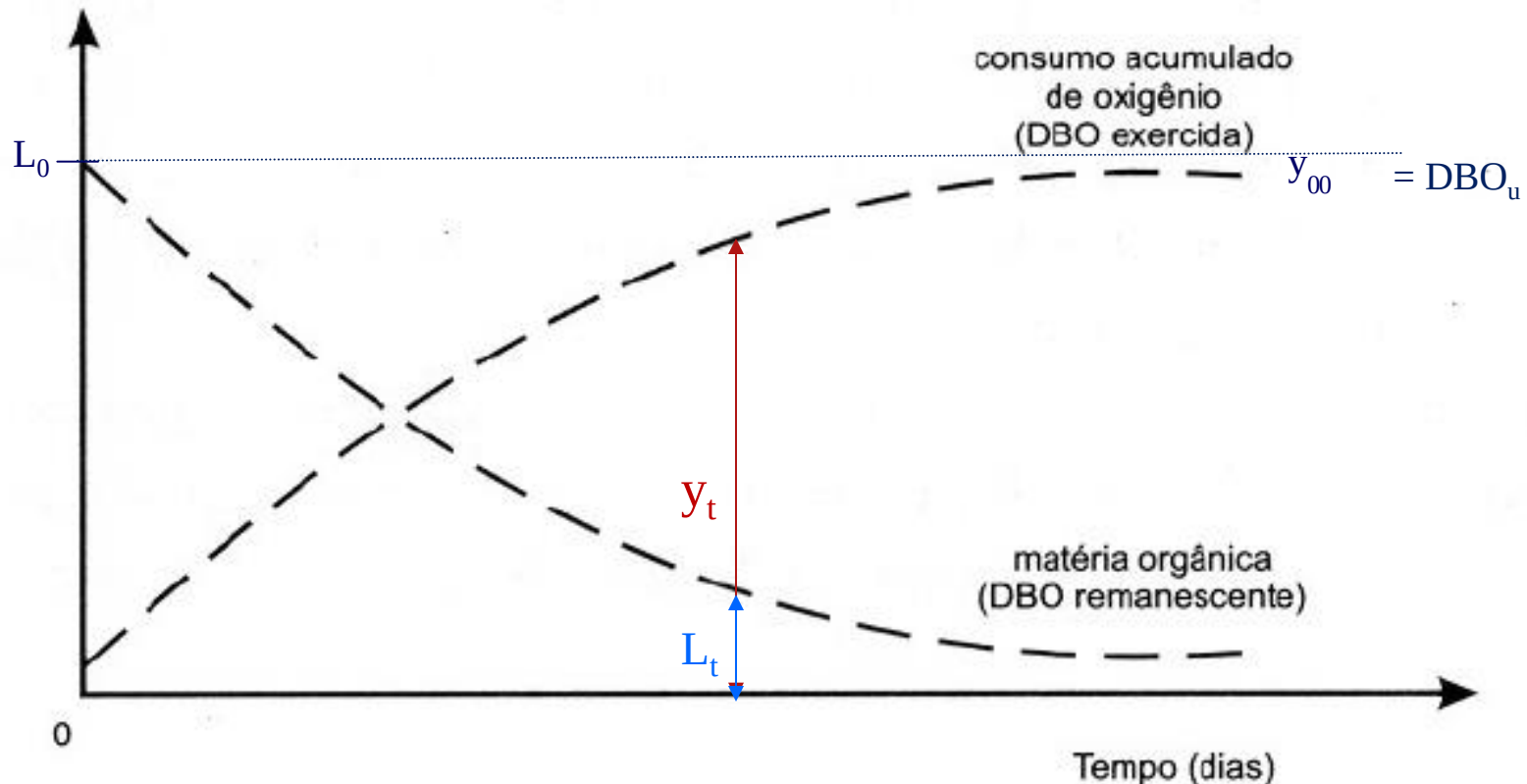
Efeito da poluição orgânica => decréscimo do teores de oxigênio dissolvido

- **DBO remanescente:** concentração de matéria orgânica remanescente na massa líquida em um dado instante;
- **DBO exercida:** oxigênio consumido para estabilizar a matéria orgânica até este instante;
- **DBO padrão (DBO_5) :** Demanda Bioquímica de Oxigênio (DBO) padrão para um período de 5 dias a uma temperatura constante de 20°C; (obs: DBO varia com t, sendo DBO_5 usada como parâmetro de avaliação da carga orgânica lançada)

Modelagem OD - Cinética de desoxigenação

dois ângulos

PROGRESSÃO TEMPORAL DA OXIDAÇÃO DA MATÉRIA ORGÂNICA



Fonte : Von Sperling (2007)

Modelagem OD – DBO remanescente

DBO remanescente: *Concentração de matéria orgânica remanescente na massa líquida em um dado instante t.*

$$L = L_o e^{-K_1 t} \quad (1)$$

Onde:

L = DBO remanescente em um tempo t qualquer (mg/l)

L_o = DBO remanescente em $t = 0$ (mg/l);

K_1 = Coeficiente de desoxigenação (dia^{-1});

t = tempo em dia;

K_1 depende: Características da matéria orgânica, temperatura e da presença de substâncias inibidoras.

Modelagem OD – DBO exercida

DBO exercida: *Oxigênio consumido para estabilizar a matéria orgânica até o instante t ($y = L_0 - L$).*

$$y = L_0 \left(1 - e^{-K_1 \cdot t} \right) \quad (2)$$

Onde:

y = DBO exercida em um tempo t (mg/l)

L_0 = DBO remanescente em $t = 0$ (como definida anteriormente) ou DBO exercida em $t = \infty$. Também denominada demanda última, pelo fato de representar a DBO total final da estabilização (mg/l);

K_1 = Coeficiente de desoxigenação (dia^{-1}).

Coeficiente de desoxigenação (K_1)

K_1 depende das características da matéria orgânica, além da temperatura e da presença de substâncias inibidoras.

Tabela 1 : Valores típicos de K_1 em laboratório (20°C)

Origem	K_1 (dia ⁻¹)
Esgoto bruto concentrado	0,35 – 0,45
Esgoto bruto de baixa concentração	0,30 – 0,40
Efluente primário	0,30 – 0,40
Efluente secundário	0,12 – 0,24
Curso d'água com águas limpas	0,08 – 0,20

Fonte : Von Sperling (2007)

maior K_1 apresenta uma taxa de consumo de oxigênio mais rápida

Coeficiente de decomposição (remoção) de DBO efetiva no rio (K_d)

Pode haver diferença entre K_1 (determinado em laboratório) ao observado no curso d'água (taxa de remoção maior).

K_d incorpora decomposição da matéria orgânica pela biomassa suspensa na massa líquida e da biomassa no lodo do fundo.

- Lodo do fundo contém uma apreciável quantidade de bactérias aderidas que contribuem na decomposição da matéria orgânica (influência maior em rios rasos, devido a área);
 - K_d rios mais profundos ($H > 1,5$ m): 0,1 a 0,5 d⁻¹
 - K_d rios mais rasos ($H < 1,5$ m): 0,5 a 3,0 d⁻¹
- Valores vazões inferiores a 20m³/s (Arceivala, 1981) – imediatamente a jusante do lançamento (0,3 a 2,0 d⁻¹) e a jusante do trecho acima (0,3 a 0,8 d⁻¹)

Valores típicos dos coeficientes de remoção (T = 20°C)

Origem	K_1 (dia ⁻¹)	K_d rio Rios rasos (dia ⁻¹)	K_d rio Rios profundos (dia ⁻¹)
Curso d'água recebendo esgoto bruto concentrado	0,35 – 0,45	0,5 -1,00	0,35- 0,5
Curso d'água recebendo esgoto bruto de baixa concentração	0,30 – 0,40	0,4 -0,8	0,3 – 0,45
Curso d'água recebendo efluente primário	0,30 – 0,40	0,4-0,8	0,30 – 0,45
Curso d'água recebendo efluente secundário	0,12 – 0,24	0,12- 0,24	0,12 – 0,24
Curso d'água com águas limpas	0,08 – 0,20	0,08-0,20	0,08 – 0,2
Fonte : Von Sperling (2007)			

Valores típicos de K_1 e K_d para temperatura de 20°C

Maior diferença para simulações de casos de esgoto bruto e rios rasos

Efeito da temperatura nos Coeficientes de Desoxigenação (K_1) e Decomposição (K_d)

Influência da temperatura no metabolismo microbiano

$$K_{1(T)} = K_{1(20)} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (3)$$

O valor típico de θ é 1,047 para K_1 e K_d

A mesma correção (acima) é aplicada para K_d

Valores de K_1 e K_d aumentam 4,7% a cada elevação de 1°C na temperatura da água.

Cinética da Reaeração

TROCAS GASOSAS NA INTERFACE GÁS-LÍQUIDO

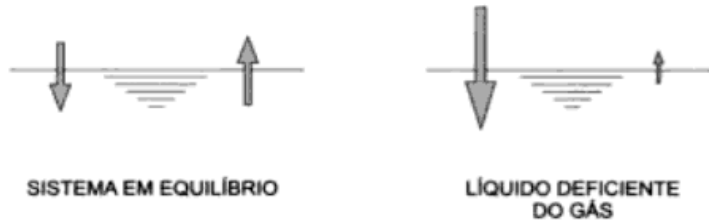


Fig. 3.9. Trocas gasosas em um sistema em equilíbrio e em um sistema com o líquido com deficiência do gás dissolvido

Equilíbrio dinâmico define a **Concentração de saturação (C_s)** do gás na fase líquida (temperatura, pressão do ar e salinidade)

A taxa de absorção de oxigênio é diretamente proporcional ao déficit existente

PROGRESSÃO TEMPORAL DO DÉFICIT E DA CONCENTRAÇÃO DE OXIGÊNIO DISSOLVIDO

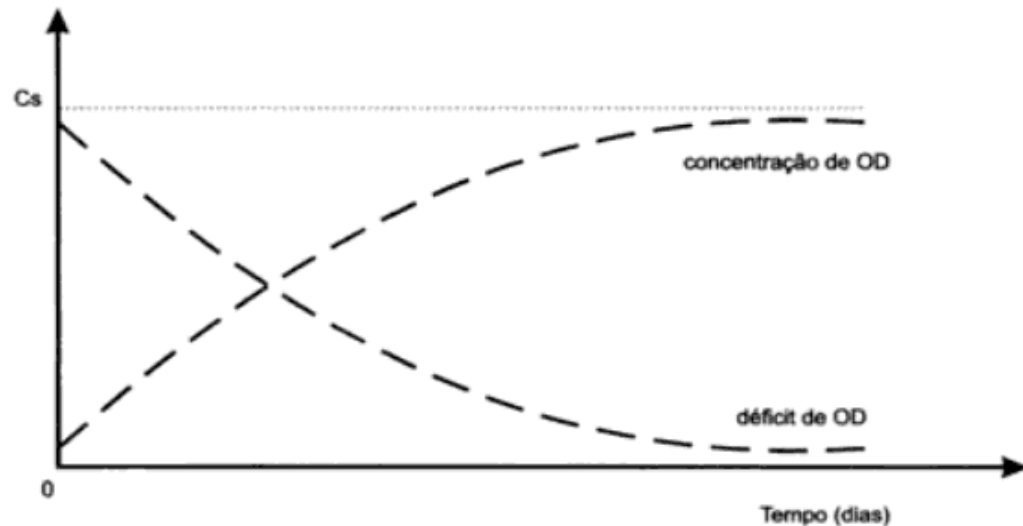


Fig. 3.10. Progressão temporal da concentração e do déficit de oxigênio dissolvido

Fonte : Von Sperling (2007)

Fatores: temperatura, profundidade e turbulência (*solubilidade*)

Cinética da reaeração

Déficit de oxigênio dissolvido:

$$D = D_0 \cdot e^{-K_2 \cdot t}$$

ou

$$C = C_s - (C_s - C_0) \cdot e^{-K_2 \cdot t}$$

onde:

D = *déficit de oxigênio dissolvido*, ou seja, a diferença entre a concentração de saturação de oxigênio (C_s) e a concentração existente em um tempo qualquer (C), ($D = C_s - C$);

D_0 = déficit de oxigênio inicial (mg/l);

t = tempo (dia);

K_2 = coeficiente de reaeração (dia⁻¹)

Coeficiente de reaeração (K_2)

O coeficiente K_2 de reaeração para a situação de oxigênio dissolvido em um curso d'água, pode ser obtido por:

- Valores médios tabelados;
- Fórmulas empíricas baseadas nos parâmetros hidráulicos do escoamento (velocidade e profundidade);
- Valores correlacionados com a vazão do curso d'água.

Fatores: temperatura, profundidade e turbulência

Coeficiente de Reaeração (K_2)

Valores típicos de K_2 ($T=20^{\circ}\text{C}$), médios tabelados:

Corpo d'água	K_2 (dia^{-1}) Profundo	K_2 (dia^{-1}) Raso
Pequenos lagos	0,12	0,23
Rios vagarosos, grandes lagos	0,23	0,37
Grandes rios com baixa velocidade	0,37	0,46
Grandes rios com velocidade normal	0,46	0,69
Rios rápidos	0,69	1,15
Corredeiras e quedas d'água	>1,15	>1,61
Fonte : Von Sperling (2007)		

Corpos d'água mais rasos e mais velozes tendem a possuir maior K_2
> Turbulência e > facilidade de mistura

Efeito da temperatura no Coeficiente de Reaeração (k_2)

$$K_{2(T)} = K_{2(20)} \cdot \theta^{(T-20)} \quad (4)$$

O valor típico de θ é 1,024 para K_2

Em dois diferentes estágios:

- O aumento da temperatura reduz a concentração de saturação (solubilidade) do oxigênio no meio líquido;
- O aumento da temperatura acelera os processos de absorção de oxigênio (aumento do K_2).

As equações da mistura esgoto - rio

Concentração e déficit de oxigênio no rio após a mistura com os esgotos (efluente):

$$C_{o_{(t=0)}} = \frac{Q_r \cdot OD_r + Q_e \cdot OD_e}{Q_r + Q_e} \quad (5)$$

e

$$D_o = C_s - C_o$$

C_o = concentração inicial de oxigênio, logo após a mistura (mg/L)

D_o = déficit inicial de oxigênio, logo após a mistura (mg/L)

C_s = concentração de saturação de oxigênio (mg/L)

Q_r = vazão do rio a montante do lançamento dos despejos (m³/s)

Q_e = vazão de esgoto (m³/s)

OD_r = concentração de oxigênio dissolvido no rio a montante do lançamento (mg/L)

OD_e = concentração de oxigênio dissolvido no esgoto (mg/L)

As equações da mistura esgoto-rio

Concentração da DBO_5 no rio após a mistura com o esgoto (efluente)

$$DBO_{5(t=0)} = \frac{Q_r \cdot DBO_r + Q_e \cdot DBO_e}{Q_r + Q_e} \quad (6)$$

$DBO_{5(t=0)}$ = concentração de DBO_5 , logo após a mistura (mg/L)

DBO_r = concentração de DBO_5 do rio (mg/L)

DBO_e = concentração de DBO_5 do esgoto (mg/L)

Concentração da demanda última (L_0) no rio após a mistura com o esgoto

(*DBO remanescente em $t = 0$ ou DBO exercida em $t = \infty$*)

$$L_0 = DBO_{50} \cdot K_T = \frac{Q_r \cdot DBO_r + Q_e \cdot DBO_e}{Q_r + Q_e} \cdot K_T \quad (7)$$

K_T = constante para transformação de DBO_5 à DBO última (DBO_u)

$$K_T = \frac{DBO_u}{DBO_5} = \frac{1}{1 - e^{-5 \cdot k_1}} \quad (8) \quad (\text{considerando a eq. 2})$$

Cálculo do perfil de OD em função do tempo

Considerando apenas desoxigenação e reaeração no balanço do OD:

Taxa de variação do déficit de OD = Consumo de OD – Produção de OD

$$\frac{dD}{dt} = K_d L - K_2 D$$

A curva de concentração de OD é obtida integrando a equação acima, dado:

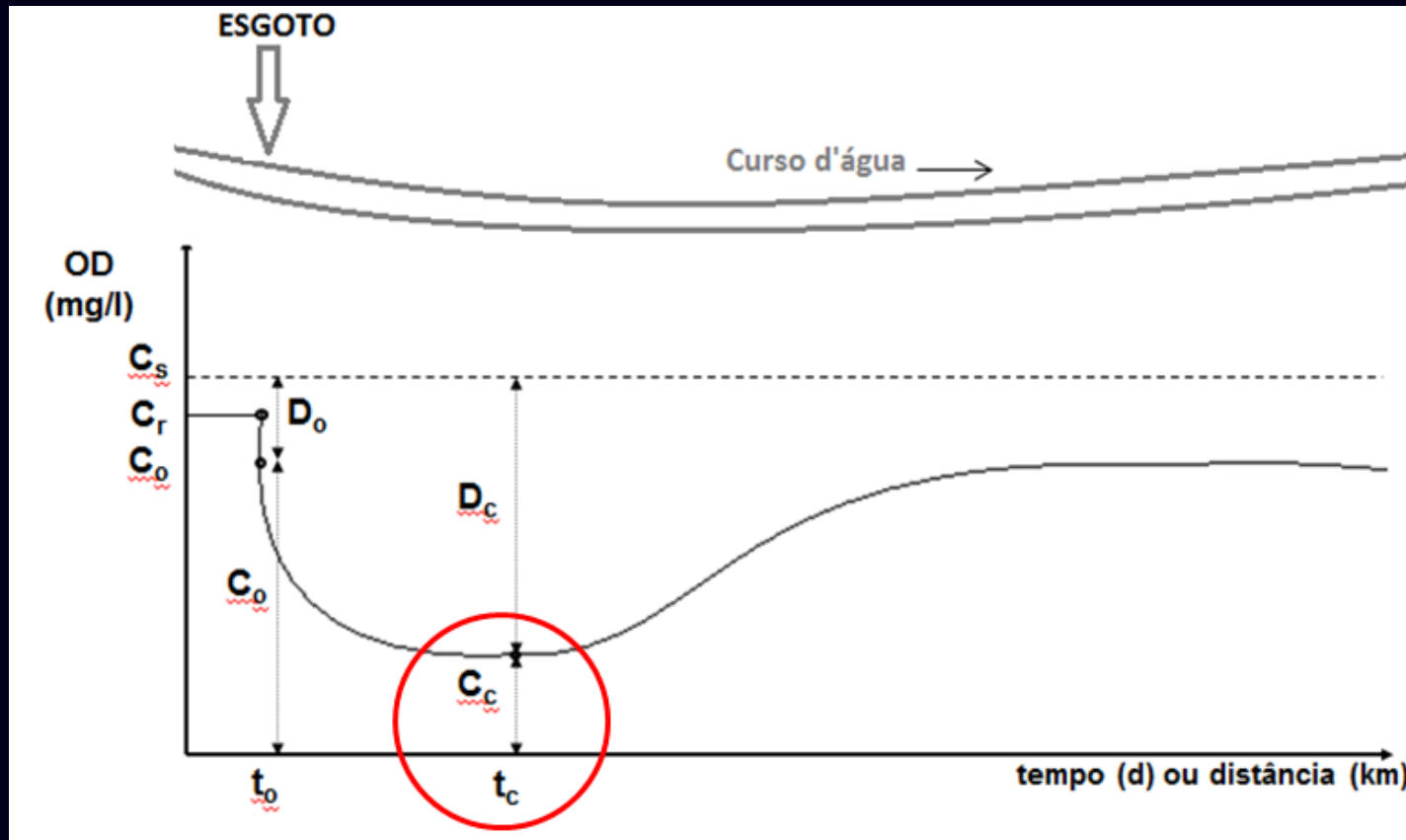
$$C_t = C_s - D_t$$

Concentração de OD em um instante de tempo t:

$$C_t = C_s - \left\{ \frac{K_d L_o}{K_2 - K_d} (e^{-K_d t} - e^{-K_2 t}) + (C_s - C_o) e^{-K_2 t} \right\} \quad (9)$$

➤ Com base na C_t se estabelece a necessidade ou não do tratamento dos esgotos.

Curva do perfil de OD em função do tempo



Principais pontos:

- a concentração de OD no rio a montante (C_r ou OD_r);
- a concentração de OD na mistura (C_o ou OD_o);
- a concentração crítica de OD (C_c ou OD_c);
- e a concentração ao longo do percurso (C_t ou OD_t).

Concentração Crítica de Oxigênio

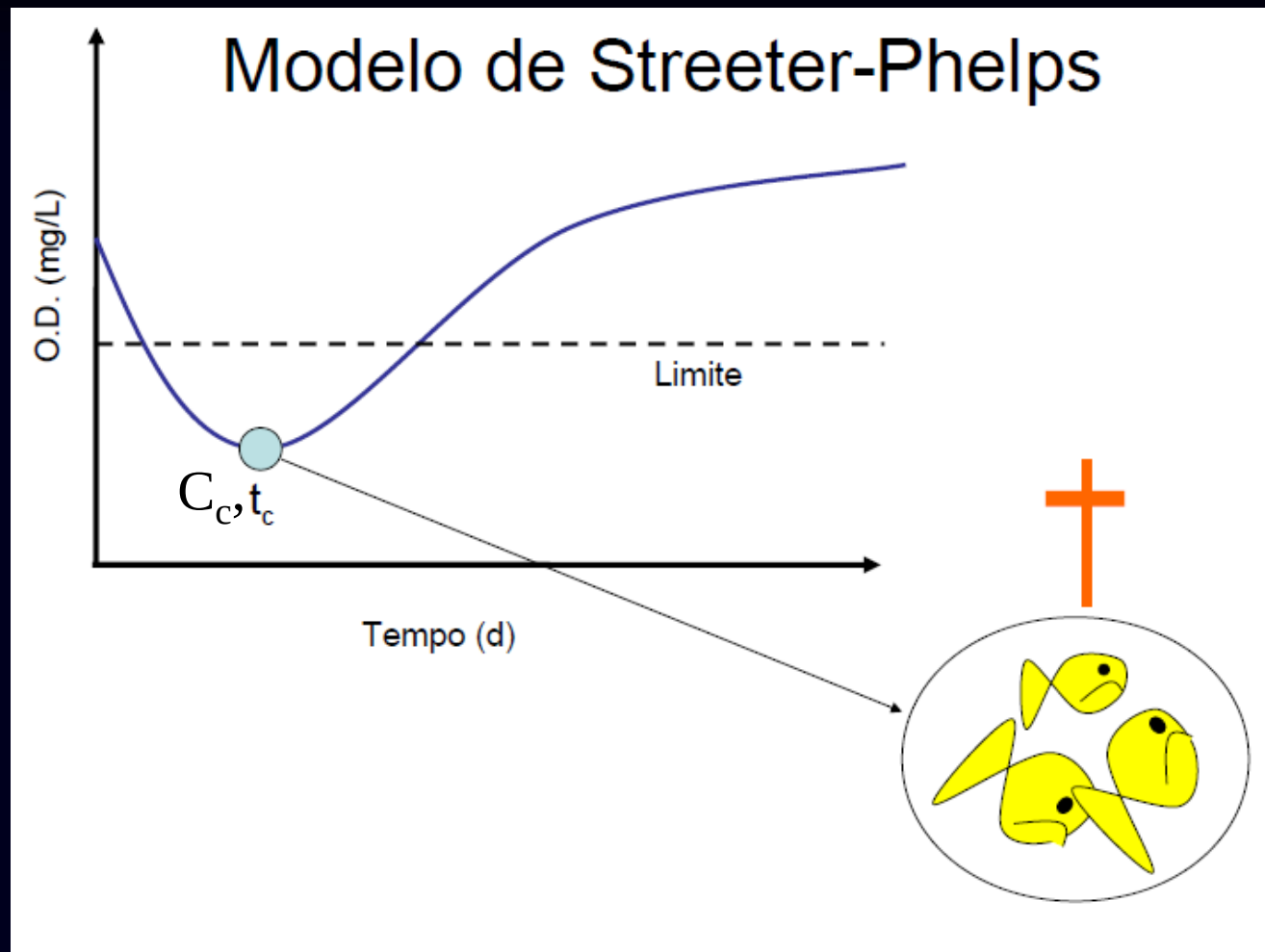
Através do conhecimento da concentração crítica se estabelece a necessidade ou não do tratamento do esgoto (concentração crítica de OD deve ser superior ao valor mínimo permitido pela legislação).

Derivando pelo tempo a equação 9 e igualando a zero, obtém-se o tempo crítico, correspondente a concentração crítica, dado por:

Cálculo do tempo crítico (t_c)

$$t_c = \frac{1}{K_2 - K_d} \ln \left\{ \frac{K_2}{K_d} \left[1 - \frac{(C_s - C_o)(K_2 - K_d)}{L_o K_d} \right] \right\} \quad (10)$$

Tempo no qual o déficit de oxigênio é máximo, ou seja, a concentração de oxigênio é mínima.



O tratamento deve ser implementado com uma eficiência na remoção de DBO suficiente para garantir que a concentração crítica de OD seja superior ao valor mínimo permitido pela legislação (padrão para lançamento em corpos d'água).

Demanda Bioquímica de Oxigênio - DBO

É necessário estabelecer um limite de matéria orgânica que pode ser lançada em um rio ou um lago, para que o oxigênio existente não desapareça e com isso a vida aeróbia.

RESOLUÇÕES CONAMA – CONSELHO NACIONAL DO MEIO AMBIENTE

CONAMA 357/2005

Art. 10 Os valores máximos estabelecidos para os parâmetros relacionados em cada uma das classes de enquadramento deverão ser obedecidos nas condições de vazão de referência.

Teores mínimos permissíveis de oxigênio dissolvido em corpos de água doce (Resolução CONAMA 357/2005), que variam em função da classe em que o corpo d'água está classificado:

Classe	OD mínimo (mg/L)	DBO máxima (mg/L)
Especial	Não são permitidos lançamento, mesmo tratados	Não são permitidos lançamento, mesmo tratados
1	6	3
2	5	5
3	4	10
4	2	-

Na ausência de legislação usualmente considera-se o valor de concentração de **OD = 5 mg/L**

Fonte : Von Sperling (2007)

- **DBO₅ rio**, a montante do lançamento é uma função dos despejos lançados ao longo do percurso até o ponto em questão.
Classificação de Klein (1962) - Von Sperling, 2007

Condição do rio	DBO₅ do rio (mg/L)
Bastante limpo	1
Limpo	2
Razoavelmente limpo	3
Duvidoso	5
Ruim	>10

- **DBO₅ do esgoto (DBO_e)** : para lançamento de efluente tratado, deve-se considerar a redução da DBO proporcionada pela eficiência do tratamento:

$$DBO_{efl} = \left(1 - \frac{E}{100}\right) \cdot DBO_e$$

DBO_{efl} = DBO₅ do esgoto efluente do tratamento (mg/L)

DBO_e = DBO₅ do esgoto afluente ao tratamento, ou esgoto bruto (mg/L)

E = eficiência do tratamento na remoção da DBO₅ (%)

Modelo de Streeter-Phelps

Versão apresentada em Von Sperling (2007)

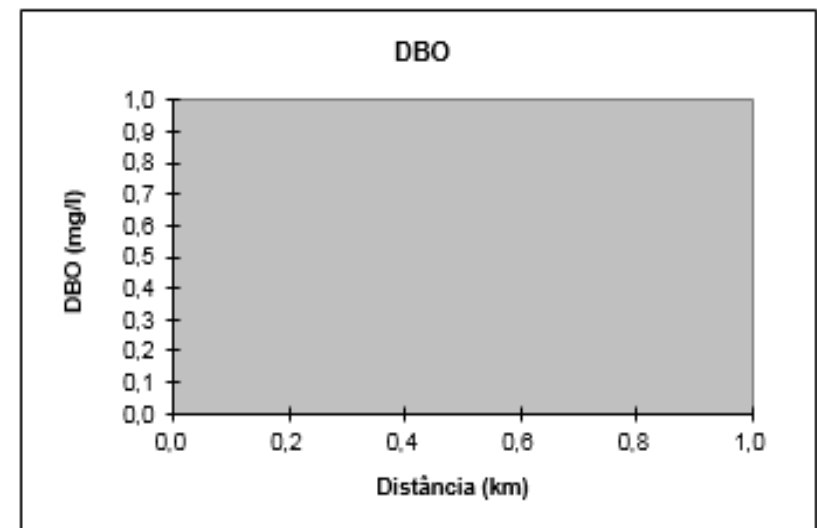
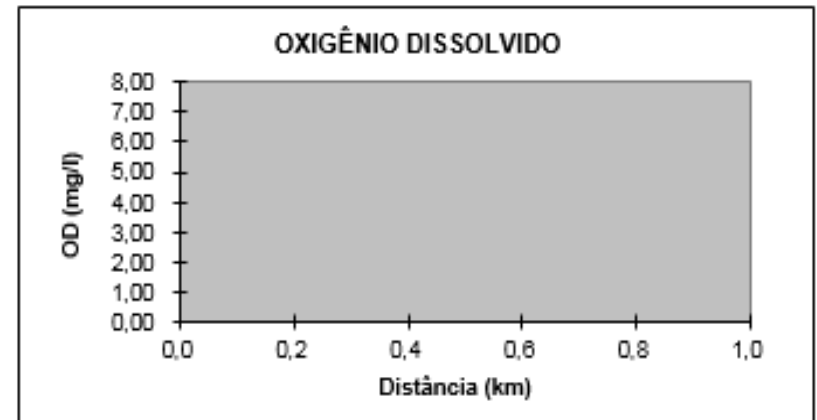
Dados de entrada:

- Vazão do rio, a montante do lançamento - Q_r
- Vazão de esgotos - Q_e
- OD no rio, a montante do lançamento - OD_r
- OD no esgoto - OD_e
- DBO_5 rio, a montante do lançamento - DBO_r
- DBO_5 do esgoto - DBO_e
- Coeficientes K_1 , K_d e K_2
- Velocidade média do rio - v
- Temperatura do líquido - T
- Concentração de saturação de OD - C_s ou OD_{sat}
- OD mínimo permissível - OD_{min} (CONAMA 357/2005)

Modelo Streeter-Phelps

Versão apresentada em Von Sperling (2007) - desenvolvido no Excel

1	MODELO DE OXIGENIO DISSOLVIDO		
2	STREETER-PHELPS (Von Sperling, 2007)		
3			
4	DADOS DE ENTRADA	Símbolo	Valor
5			
6	Variáveis		
7	Vazao do rio (m ³ /s)	Qr	
8	Vazao do esgoto (m ³ /s)	Qe	
9	DBO5 do rio (mg/l)	DBOr	
10	DBO5 do esgoto bruto (mg/l)	DBOe	
11	OD do rio (mg/l)	ODr	
12	OD do esgoto (mg/l)	ODE	
13			
14	Coefficientes (na temperatura do líquido)		
15	Coef. desoxigenação (1/d)	K1	
16	Coef. decomposição (1/d)	Kd	
17	Coef. reaeração (1/d)	K2	
18			
19	Dados adicionais		
20	OD saturação (mg/l)	ODsat	
21	Distancia do trecho (km)	d	
22	Velocidade (m/s)	v	
23	DBOmax permissível		
24	ODmin permissível		
25			
26	Efic. remoção DBO na ETE (Edb)		
27			
28		Símbolo	Valor
29			
30	Dados do esgoto tratado		
31	DBO5 do esgoto tratado (mg/	DBOet	0



Atividade) Prática de simulação do Modelo Streeter-Phelps

Uma cidade e uma indústria lançam em conjunto os seus efluentes não tratados em um curso de água raso. Após o lançamento, o curso de água percorre 50 km até atingir o rio principal.

- a) Seguindo a planilha fornecida do modelo Streeter-Phelps, inclua na parte de dados de entrada o cálculo de correção dos coeficientes K_1 , K_d e K_2 para temperatura. Assegure que sejam mantidos os vínculos para os cálculos dos dados de saída.
- b) Considerando os dados de entrada fornecidos a seguir e a planilha do modelo Streeter-Phelps contendo a alteração de acordo com o item (a), simule o modelo para a situação de esgoto bruto.
- c) Realize uma simulação para a situação de esgoto tratado, com tratamento primário com eficiência de 30%.
- d) Realize uma simulação para a situação de esgoto tratado, com tratamento secundário com eficiência de 60%.
- e) Inclua na planilha as equações do T_c e C_c e obtenha os seus valores exatos (casos b a d).

Dados para a simulação: =>

Dados de entrada para a simulação:

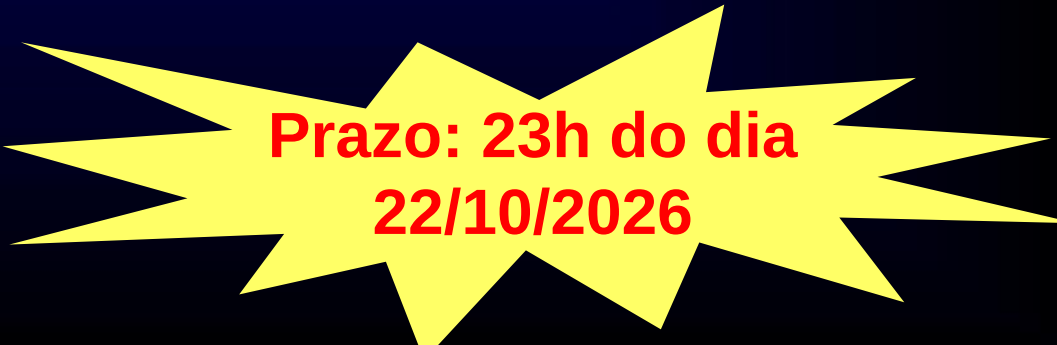
- Temperatura da água $T = 24^{\circ}\text{C}$
- Vazão do rio $Q_r = 0,82 \text{ m}^3/\text{s}$
- Vazão do esgoto $Q_e = 0,12 \text{ m}^3/\text{s}$
- Oxigênio dissolvido no rio $\text{OD}_r = 7,1 \text{ mg/L}$
- Oxigênio dissolvido no esgoto bruto $\text{OD}_e = 0,0 \text{ mg/L}$
- Demanda bioquímica de oxigênio no rio $\text{DBO}_r = 2 \text{ mg/L}$
- Demanda bioquímica de oxigênio do esgoto bruto $\text{DBO}_e = 328 \text{ mg/L}$
- Concentração de saturação de oxigênio $C_s, \text{OD}_{\text{sat}} = 7,9 \text{ mg/L}$
- Oxigênio dissolvido mínimo permissível $\text{OD}_{\text{min}} = 5 \text{ mg/L}$
- Coeficiente de desoxigenação a temperatura de 20°C , esgoto bruto, $K_1 = 0,40 \text{ d}^{-1}$
- Coeficiente de decomposição a temperatura de 20°C , esgoto bruto, $K_d = 0,75 \text{ d}^{-1}$
- Coeficiente de reaeração a temperatura de 20°C , $K_2 = 4,65 \text{ d}^{-1}$
- Velocidade do curso d'água $v = 0,26 \text{ m/s}$
- Distância de percurso: $d = 50 \text{ km}$

- Instruções para o relatório da atividade A3

Em um arquivo texto inclua:

- os “prints” das planilhas geradas nos itens anteriores (a - d);
- os valores dos coeficientes K_1 , K_d e K_2 para cada caso simulados (b e c), informando os valores sem correção pela temperatura e os obtidos pela correção da temperatura;
- os valores mínimos da concentração de OD (C_c) obtidos para o t_c exato (resultante da equação incluída na planilha);
- comentários sobre a comparação do C_c com o limite mínimo permissível de OD (Resolução do CONAMA), recomendando ou não tratamento.

*Gere um arquivo PDF
e submeta pelo Moodle*



**Prazo: 23h do dia
22/10/2026**

Referências

CONCEIÇÃO, D. M., ALENCAR, I. F. O., BARBOSA, R. R. C., ARAÚJO, B. A. M., SALES, R. J. M. Aplicação do modelo simplificado de Streeter-Phelps para analisar a qualidade da água do rio Piranhas-Açu ao receber múltiplos lançamentos de efluentes. *Revista Tecnologia*, 38(1), 22–38, 2017. <https://doi.org/10.5020/23180730.2017.V38.1.22-38>

HOLANDA, V. P. D.; SOARES, T. R.; SIMÕES VERAS, R.; ALENCAR, I. F. O.; SALES, R. J. M. Análise do déficit e da concentração de oxigênio dissolvido em trecho do rio Piranhas-Açu, sujeito a lançamento de efluentes, mediante a utilização do modelo de Streeter-Phelps simplificado. **Revista Tecnologia**, [S. l.], v. 38, n. 1, p. 55–66, 2017. DOI: 10.5020/23180730.2017.V38.1.55-66. Disponível em: <https://periodicos.unifor.br/tec/article/view/5430>. Acesso em: 16 mar. 2022.]

VON SPERLING, M. 2007. Estudos e modelagem da qualidade da água de rios. 1ª edição. Ed. UFMG.